OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2020

Gara Interregionale - 13 febbraio

Categoria Junior 1

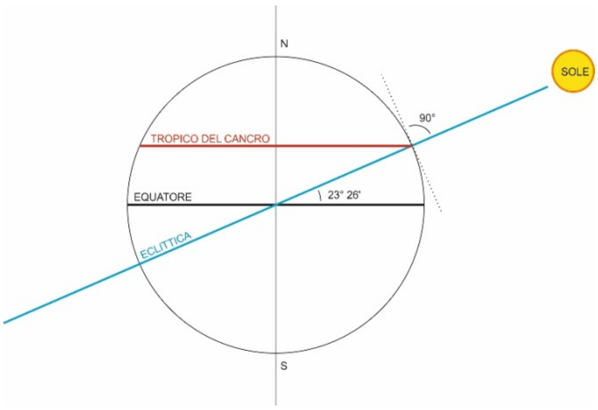
1. Orbite ed eclissi
Completate il seguente testo.

Il punto della sua orbita in cui la Terra si trova alla minima distanza dal Sole è detto ________________. Il punto della sua orbita in cui la Luna si trova alla massima distanza dalla Terra è detto ________________. Se si ha un opportuno allineamento Sole-Terra-Luna, dalla Terra si potrà osservare un'eclisse di ________________. Nelle stesse condizioni dal Sole si potrebbe osservare un'eclisse di ________________. In occasione di un'eclissi di Luna osservata dalla Terra la fase della Luna è: _________________.

Soluzione
Il punto della sua orbita in cui la Terra si trova alla minima distanza dal Sole è detto _**Perielio**________. Il punto della sua orbita in cui la Luna si trova alla massima distanza dalla Terra è detto _ **Apogeo** _______. Se si ha un opportuno allineamento Sole-Terra-Luna, dalla Terra si potrà osservare un'eclisse di _ **Luna** ________. Nelle stesse condizioni dal Sole si potrebbe osservare un'eclisse di _ **Luna** _________. In occasione di un'eclissi di Luna osservata dalla Terra la fase della Luna è: _ **Piena** _________.

2. Al Tropico del Cancro
Quale giorno il Sole, osservato da una località posta sul Tropico del Cancro (latitudine φ = 23° 26'), raggiunge l'altezza massima h = 90° sull'orizzonte? Illustrate la situazione con un disegno.

Soluzione



L'altezza massima di un astro sull'orizzonte locale, $\mathbf{h_{max}}$, si osserva, nell'emisfero Nord, al suo passaggio al meridiano in direzione sud.

Per un qualsiasi oggetto con declinazione $\boldsymbol{\delta}$, detta $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine di osservazione:

$$h_{max} = 90° - \varphi + \delta$$

Nel nostro caso avremo:

$$90° = 90° - 23° \, 26' + \delta$$

da cui si ricava δ = 23° 26'

Quindi per un punto sul Tropico del Cancro il Sole raggiunge l'altezza di 90° sull'orizzonte (cioè passa allo zenith) quando la sua declinazione è δ = 23° 26', ovvero il giorno del solstizio d'estate.

3. Incubi felini
La gattina Karel è rimasta molto impressionata dalla prima immagine di un buco nero supermassiccio rilasciata il 10 aprile 2019. Una notte si addormenta e sogna di viaggiare su una navicella che, avvicinandosi al buco nero, inizia a orbitargli intorno su un'orbita ellittica con semiasse maggiore di 15.1 giorni-luce. Sapendo che, nella realtà, una stella orbita attorno al buco nero con un periodo di 97.8 anni e semiasse maggiore dell'orbita di 8.20 giorni-luce, calcolate:

1. la massa del buco nero in masse solari;
2. il tempo che servirebbe alla navicella di Karel per completare un'orbita attorno al buco nero.

Soluzione

1. Per trovare la massa del buco nero supermassiccio, $\mathbf{M_{BN}}$, utilizziamo la III legge di Keplero nella sua forma generalizzata, dove trascuriamo la massa dell'oggetto orbitante (la stella) rispetto a quella del buco nero:

$$\frac{a_S^3}{T_S^2} = \frac{G \cdot M_{BN}}{4\pi^2}$$

da cui (con le opportune trasformazioni delle distanze e dei tempi):

$$M_{BN} = \frac{4\pi^2 \cdot a_S^3}{G \cdot T_S^2} \backsimeq \frac{4\pi^2 \cdot (2.12 \cdot 10^{14}\ m)^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot (3.09 \cdot 10^9\ s)^2} \backsimeq \frac{3.76\ \cdot\ 10^{44}\ m^3}{6.37\ \cdot\ 10^8\ \frac{m^3}{kg}} \backsimeq 5.90 \cdot 10^{35}\ kg \backsimeq 2.97 \cdot 10^5\ M_{Sole}$$

Quindi il buco nero sognato Karel è un mostro piuttosto massiccio, avendo quasi 300000 volte la massa del nostro Sole.

2. Dalla III legge di Keplero possiamo ora ricavare il periodo di rivoluzione della navicella di Karel attorno al buco nero (anche in questo caso con le opportune trasformazioni delle distanze e dei tempi):

$$T_N = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot a_S^3}{G \cdot M_{BN}}} \backsimeq \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot\ (3.91 \cdot 10^{14}\ m)^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2}\ \cdot\ 5.90 \cdot 10^{35}\ kg}} \backsimeq \sqrt{\frac{2.36\ \cdot 10^{45}\ m^3}{3.94 \cdot 10^{25}\ \frac{m^3}{s^2}}} \backsimeq 77.4\ \cdot 10^{14}\ s \backsimeq 245\ \text{anni}$$

4. Eruzioni di ghiaccio

Nel febbraio 2010 la sonda Cassini, che orbitava attorno a Saturno, ha fotografato violenti getti di finissimi cristalli di ghiaccio emessi dalla superficie di Encelado, una luna di Saturno che ha un diametro $D_E = 5.0 \cdot 10^2$ km e una massa $M_E = 8.6 \cdot 10^{19}$ kg. Calcolate:

1. la densità media di Encelado in kg/m^3 e in g/cm^3;
2. l'accelerazione di gravità sulla superficie di Encelado.

Soluzione

Il raggio di Encelado vale: $R_E = \frac{D_E}{2} = 2.5\ \cdot\ 10^2$ km

1. Detto **V** il volume, la densità media è data dalla relazione: $\rho = \frac{M}{V}$. Nel caso in esame sarà:

$$\rho_E = \frac{M_E}{V_E} = \frac{3\ M_E}{4\ \pi \cdot R_E^3} \backsimeq \frac{3\ \cdot 8.6 \cdot\ 10^{19}\ kg}{4\ \pi\ (2.5\ \cdot\ 10^5\ m)^3} \backsimeq\ 1.3\ \cdot\ 10^3\ \frac{kg}{m^3} = 1.3\ \frac{g}{cm^3}$$

2. L'accelerazione di gravità sulla superficie di un corpo di raggio **R** e massa **M** è data dalla relazione: $g = \frac{G\,M}{R^2}$. Nel caso in esame sarà:

$$g_E = \frac{G \cdot M_E}{R_E^2} \backsimeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2}\ \cdot 8.6 \cdot\ 10^{19}\ kg}{(2.5\ \cdot\ 10^5\ m)^2} \backsimeq\ 9.2\ \cdot\ 10^{-2}\ \frac{m}{s^2}$$

5. Aurore boreali

L'8 novembre 2000 alle 12:00 UT il Sole ha prodotto una Coronal Mass Ejection (CME). Il 12 novembre alle 12:00 UT la CME ha colpito la Terra e ha prodotto un'aurora boreale. Il Telescopio Spaziale Hubble (HST) ha osservato l'8 dicembre 2000 alle 13:11 UT un'aurora boreale su Saturno, prodotta dalla stessa CME. Durante il periodo che va da novembre a dicembre 2000, la Terra e Saturno erano allineati fra loro entrambi dalla stessa parte rispetto al Sole. Assumendo le loro orbite circolari, rispondete alle seguenti domande:

1. Quanto tempo ha impiegato la CME per raggiungere la Terra?
2. Quanto tempo ha impiegato la CME per raggiungere Saturno?
3. Qual è stata la velocità media della CME nel suo viaggio fra il Sole e la Terra in km/s e in km/h?
4. Qual è stata la velocità media della CME nel suo viaggio fra la Terra e Saturno in km/s e in km/h?
5. Durante il tragitto dal Sole a Saturno la CME ha accelerato o decelerato?

Soluzione

1. Dalle ore 12:00 UT dell'8 novembre alle ore 12:00 UT del 12 novembre sono trascorsi esattamente 4 giorni. Quindi la CME ha impiegato $T_{S\text{-}T}$ = 4 giorni = $3456 \cdot 10^2$ s per arrivare sulla Terra partendo dal Sole.
2. Poiché, come detto nel testo, nel periodo novembre-dicembre 2000 Terra e Saturno erano allineati, la loro distanza, trascurando l'altezza di HST sulla superficie della Terra, era: $D_{T\text{-}SA} = 1.277 \cdot 10^9$ km. Questa distanza viene percorsa dalla luce in

$$t = \frac{s}{v} \simeq \frac{1.277 \cdot 10^9 \text{ km}}{299792 \frac{\text{km}}{\text{s}}} \simeq 4260 \text{ s} \simeq 71 \text{ m} \simeq 1\text{h } 11\text{m}$$

   quindi l'aurora osservata da HST alle ore 13:11 dell'8 dicembre era in realtà stata generata l'8 dicembre alle 12:00 UT.
   Dalle ore 12:00 UT dell'8 novembre alle ore 12:00 UT dell'8 dicembre sono trascorsi esattamente 30 giorni. Quindi la CME ha impiegato $T_{S\text{-}SA}$ = 30 giorni = $2592 \cdot 10^3$s per arrivare su Saturno partendo dal Sole.
3. Detta $D_{S\text{-}T}$ la distanza Sole-Terra, la velocità media nel tratto Sole-Terra è data dalla relazione:

$$v_{S-T} \simeq \frac{D_{S-T}}{T_{S-T}} \simeq \frac{149.6 \cdot 10^6 \text{ km}}{3456 \cdot 10^2 \text{ s}} \simeq 432.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \simeq 1.558 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

4. Per percorrere il tragitto dalla Terra a Saturno la CME ha impiegato

$$T_{T\text{-}SA} = T_{S\text{-}SA} - T_{S\text{-}T} \simeq 2246 \cdot 10^3 \text{ s}$$

   Quindi la velocità media è stata di:

$$v_{T-SA} = \frac{D_{T-SA}}{T_{T-SA}} \simeq \frac{1.277 \cdot 10^9 \text{ km}}{2246 \cdot 10^3 \text{ s}} \simeq 568.6 \frac{\text{km}}{\text{s}} \simeq 2.047 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

5. Poiché $v_{T\text{-}SA} > v_{S\text{-}T}$ la CME ha aumentato la sua velocità nel tragitto Terra-Saturno rispetto al valore che aveva nel tragitto Sole-Terra ed ha quindi accelerato.